

# Оглавление

От редактора перевода . . . . .	5
Предисловие . . . . .	6

## Глава I. Введение и мотивировки: тэта-функции одной переменной . . . . . 9

§ 1. Определение функции $\theta(z, \tau)$ и ее периодичность по $z$	9
§ 2. $\theta(x, it)$ как фундаментальное периодическое решение уравнения теплопроводности	12
§ 3. Группа Гейзенберга и тэта-функции с характеристиками	14
§ 4. Проективное вложение тора $C/Z + Z\tau$ с помощью тэта-функций	18
§ 5. Соотношения Римана	21
§ 6. Как получить из $\theta(z, \tau)$ двоякопериодические мероморфные функции	28
§ 7. Функциональное уравнение для $\theta(z, \tau)$	31
§ 8. Снова уравнение теплопроводности	35
§ 9. Понятие модулярной формы	35
§ 10. Геометрия модулярных форм	42
§ 11. Тэта-функция как автоморфная форма двух переменных	49
§ 12. Интерпретация $H/\Gamma_4$ как пространства модулей	55
§ 13. Формула Якоби для производных	58
§ 14. Разложение $\theta$ в бесконечное произведение и его приложения	60
§ 15. Представление целых чисел в виде суммы квадратов	65
§ 16. Тэта и дзета	72
§ 17. Отображения Гурвица	79
Приложение: структура обратного предела $\mathcal{H}$	82
§ 18. Операторы Гекке	88
Литературные ссылки и нерешенные вопросы	97

## Глава II. Основные результаты о тэта-функциях нескольких переменных . . . . . 99

§ 1. Определение $\theta$ и ее периодичность по $z$	99
§ 2. Многообразие Якоби компактной римановой поверхности	109
§ 3. Тэта-функция и теория функций на компактной римановой поверхности	115
Приложение: что такое $\Delta$	126
§ 4. Симплектическая геометрия Зигеля	133

§ 5. $\theta$ как модулярная форма . . . . .	144
Приложение: образующие группы $Sp(2g, \mathbb{Z})$ . . . . .	154
§ 6. Тэта-формула Римана и тэта-функции, связанные с квадратичными формами . . . . .	160
§ 7. Тэта-функции с гармоническими коэффициентами . . . . .	172
<b>Глава III. Тэта-функции на многообразиях Якоби и дифференциальные уравнения . . . . .</b>	<b>179</b>
Введение . . . . .	179
<b>IIIа. Элементарная конструкция гиперэллиптических якобианов . . . . .</b>	<b>182</b>
§ 0. Обзор основных понятий алгебраической геометрии . . . . .	182
§ 1. Дивизоры на гиперэллиптических кривых . . . . .	190
§ 2. Алгебраическое построение якобиана гиперэллиптической кривой . . . . .	200
§ 3. Трансляционно-инвариантные векторные поля . . . . .	209
§ 4. Динамическая система Неймана . . . . .	216
§ 5. Соединение аналитического якобиана с алгебраическим . . . . .	233
§ 6. Тэта-характеристики и уравнения гиперэллиптических периодов . . . . .	247
§ 7. Тэта-формула Фробениуса . . . . .	254
§ 8. Формула Томэ и модули гиперэллиптических кривых . . . . .	263
§ 9. Характеризация гиперэллиптических матриц периодов . . . . .	274
§ 10. Гиперэллиптическая $\wp$ -функция . . . . .	285
§ 11. Динамическая система Кортевега — де Фриса . . . . .	300
<b>IIIб. Тожество тройной секущей Фэя для тэта-функций якобианов . . . . .</b>	<b>321</b>
§ 1. Главная форма $E(x, y)$ . . . . .	321
§ 2. Тожество тройной секущей Фэя . . . . .	326
§ 3. Следствия тождества Фэя . . . . .	333
§ 4. Решение дифференциальных уравнений с помощью тождества Фэя . . . . .	343
§ 5. Обобщенный якобиан сингулярной кривой и его тэта-функция . . . . .	346
Литература . . . . .	359
<b>Решение алгебраических уравнений с помощью тэта-констант. Хирочи Умемурэ . . . . .</b>	<b>362</b>
Литература . . . . .	370
<b>Добавление. Характеризация якобиевых многообразий с помощью солитонных уравнений. Такахиро Шиота . . . . .</b>	<b>371</b>
Введение и основной результат . . . . .	371
1. Предварительные сведения . . . . .	375
2. Конечномерные решения . . . . .	384
Приложение 0. Функция Бейкера — Ахиезера . . . . .	395
Приложение 1. Формула тройной секущей Фэя и иерархия КП . . . . .	398
3. Гипотеза Новикова . . . . .	400
Литература . . . . .	435
Указатель обозначений . . . . .	437
Именной указатель . . . . .	440
Предметный указатель . . . . .	442